УДК 621.431.73-233.13

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА К ПОРШНЕВЫМ КОЛЬЦАМ БЫСТРОХОДНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ДИЗЕЛЕЙ

П.А. Лощаков, к.т.н., инженер-исследователь;
ОАО «Автодизель», Ярославский моторный завод (ЯМЗ)

На основе уравнений гидрогазодинамики разработана математическая модель течения газа к поршневым кольцам быстроходных транспортных дизелей. Поскольку отыскание точных решений уравнения Навье–Стокса в их общем виде наталкивается на непреодолимые математические трудности, связанные с нелинейностью уравнений, их существенное упрощение получено оценкой порядка величин исходных зависимостей. Задача сведена к одной из сравнительно легко решаемых линейных задач моделирования установившегося ламинарного (слоистого) движения вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе, что должно облегчить построение расчетных алгоритмов.

В качестве основного метода анализа тепловой и механической напряженности деталей используется метод конечных элементов (МКЭ), применение которого обеспечивается наличием универсальных пакетов прикладных программ. Однако эффективность математического моделирования применительно к поршневым двигателям определяется наличием ориентированных на двигатели методик и алгоритмов, адекватных по уровню используемым конечно-элементным программам. Для цилиндропоршневой группы (ЦПГ) речь идет, в первую очередь, об условиях теплообмена на многочисленных поверхностях поршня и цилиндра (гильзы цилиндра) двигателя.

Теплообмен в пределах жарового пояса зависит от величины зазора головка поршня — гильза: при малом зазоре тепловой поток идет от поршня к гильзе; при увеличенном зазоре, когда в нем содержится достаточно много горячих газов, тепловой поток идет и в поршень, и в гильзу. Ранее теплообменом в жаровом поясе пренебрегали и часто брали коэффициент теплоотдачи $\alpha' = 0$, что является чрезмерным упрощением [1].

В дальнейшем для описания процесса теплообмена в зазоре авторами предложены не всегда достаточно обоснованные полуэмпирические формулы, однако известно [2], что только математические модели, разработанные на основе термо- и гидрогазодинамики, а не на чисто эмпирической информации, могут быть универсальными и служить основой для работоспособных прикладных программ.

В общем случае трехмерного движения сжимаемой вязкой жидкости поле течения определяется, во-первых, вектором скорости

$$\vec{W} = \vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w,$$

где u, v, w суть проекции скорости $\vec{W}$ на оси прямоугольной системы координат, во-вторых, давлением p и, в-третьих, плотностью ρ. Для определения этих пяти величин используют три уравнения движения, называемые дифференциальными уравнениями Навье–Стокса, уравнение неразрывности

$$\partial p/\partial\tau + div(\rho\vec{W}) = 0$$

(закон сохранения массы) и уравнение термодинамического состояния $p = f(\rho)$, т. е. пять уравнений. Если уравнение состояния содержит также температуру, то она является еще одной переменной, и к указанным пяти уравнениям следует присоединить еще уравнение энергии, выраженное в форме первого начала термодинамики.

Для несжимаемых течений (ρ = const) перечисленная выше система уравнений значительно упрощается даже в случае непостоянной температуры внутри жидкости. Прежде всего, уравнение неразрывности получает более простой вид

$$div\vec{W} = 0, \quad \text{где} \quad div = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right),$$

а уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости могут быть объединены в одно векторное уравнение

$$\rho\frac{D\vec{W}}{D\tau} = \vec{G} - gradp + \mu\Delta\vec{W}, \qquad (1)$$

где $\frac{D\vec{W}}{D\tau}$ — субстанциональная производная скорости; $\vec{W}$, τ — время; $\vec{G}$ — вектор массовых сил; $\mu\Delta\vec{W}$ — член, учитывающий вязкость; $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ — оператор Лапласа.

Далее, поскольку в несжимаемых течениях разности температур в общем случае малы, коэффициент вязкости можно рассматривать как постоянную величину и поэтому уравнение состояния и уравнение энергии становятся ненужными для расчета поля течения. Следовательно, этот расчет может производиться независимо от термодинамических уравнений.

Уравнение энергии необходимо решить для определения температуры газа и величины теплового потока от газа к поршню. Расчет теплового потока возможен лишь после определения коэффициента конвективного теплообмена $\alpha'_к$. Однако при обоснованных в данной статье допущениях температура газа и величина $\alpha'_к$ для расчета поля течения не требуются, методы решения уравнения энергии и определения величины $\alpha'_к$ будут рассмотрены в последующих публикациях.

При движении однородной жидкости без свободной поверхности массовые силы совершенно выпадают, если вместо действительного давления рассматривать разность между действительным давлением и давлением в состоянии покоя [3]. В результате уравнения движения и уравнение неразрывности упрощаются и если члены, содержащие ускорение, выписать в раскрытом виде, получим:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial \tau}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right); \quad (2а)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right); \quad (2б)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial \tau}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right); \quad (2в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0. \quad (2г)$$

Таким образом, остаются четыре неизвестные величины u, v, w, p, и для их определения имеются четыре уравнения (2), в которых x, y, z — координаты пространства, μ — динамический коэффициент вязкости жидкости (газа).

Для полной физической определенности решений системы уравнений Навье—Стокса должны быть заданы граничные и начальные условия. В вязкой жидкости имеет место прилипание частиц жидкости к ограничивающим стенкам, т. е. на стенках исчезают как нормальная, так и касательная составляющие скорости, следовательно, граничными условиями на твердых стенках будут [3]:

$$w_n = 0, w_t = 0.$$

Для моделирования процессов конвективного теплообмена на участке жаровой пояс поршня—цилиндр используем геометрическую модель (см. рис.), в которой сопряженные поверхности гильзы и поршня двигателя представлены как две коаксиальные цилиндрические поверхности с радиальным зазором Δ на участке длиной l, равном расстоянию от кромки поршня до верхнего кольца. Средняя температура поверхностей поршня и гильзы на этом участке $t_п$ и $t_ц$ соответственно.

Рассмотрение процесса теплообмена в надкольцевом зазоре начнем с участка индикаторной диаграммы, соответствующего периоду быстрого сгорания и наибольшей интенсивности конвективной теплоотдачи от газового потока в надкольцевом зазоре к поверхности жарового пояса поршня.

На такте сгорание—расширение максимальное давление в цилиндре возрастает до величины p_z, а температура рабочего тела — до максимальной температуры цикла t_z. Коэффициент теплоотдачи от рабочего газа в камере сгорания к огневому днищу поршня — $\alpha_г$. При этом давление над верхним кольцом равно давлению конца сжатия p_c.

Под действием возникшего в процессе сгорания перепада давления в надпоршневом пространстве и первом заколечном объеме $\Delta p = p_z - p_c$ рабочий газ перетекает из надпоршневого пространства в надкольцевой зазор и движется в сторону картера двигателя.

На такте сгорание—расширение поршень находится вблизи верхней мертвой точки (ВМТ) и скорость его относительно гильзы близка к нулю. Поэтому начало неподвижной системы координат выбираем на равном расстоянии от сопряженных поверхностей поршня и гильзы, причем за направление оси z примем направление скорости течения газа w, полагая при этом, что она оди-

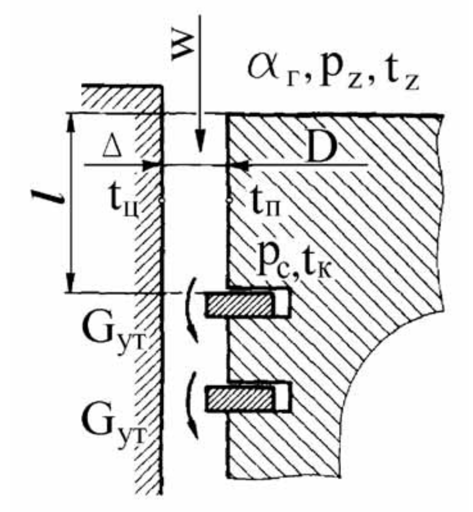

Рис. Схема к расчету параметров теплообмена в сопряжении жаровой пояс поршня—цилиндр

накова по окружности. Ось y направим перпендикулярно к цилиндрическим поверхностям сопряженных деталей.

Далее следует рассмотреть возможность использовать допущение о том, что течение газа в зазоре можно приближенно рассматривать как несжимаемое.

Порядок погрешности, рассматривая при малых числах Маха (M) движущийся газ как несжимаемую жидкость, определяется величиной $1/2M^2$[4]. По мнению авторов [2, 3] относительная погрешность меньшая или равная 5 % позволяет приближенно рассматривать движущийся газ как несжимаемую жидкость. Это допущение подтверждается также результатами расчетов и экспериментов [5, 6].

Сравнительно легко решаемые линейные задачи получаются в результате приближенной линеаризации уравнений Навье—Стокса путем отбрасывания малых конвективных ускорений, что соответствует малым числам Рейнольдса (Re).

Во всех течениях, в которых наряду с силами вязкости μ действуют также силы инерции, важную роль играет отношение динамической вязкости μ к плотности ρ [3], т. е кинематическая вязкость $\nu = \mu/\rho$.

В настоящее время наиболее хорошо изучена теплоотдача в круглых трубах, поэтому для приближенной оценки сопротивления цилиндрических или призматических труб сложного фигурного профиля используют прием сравнения сопротивлений этих труб с эквивалентной им по сопротивлению трубой круглого сечения [4]. Эквивалентный (условный) диаметр $d_{экв}$ определяется для кольцевой и плоской щели, в форме которой может быть представлен исследуемый зазор как:

$$d_{экв} = \frac{4V}{F} = \frac{4S}{P} = 2\Delta. \qquad (3)$$

В [5, 6] показано, что при режимах работы характерных для быстроходных дизелей, в широком диапазоне изменения геометрии зазора жаровой пояс поршня—цилиндр число Рейнольдса не превышает критической величины $\mathrm{Re} \le 2300$, т. е. в зазоре сохраняется ламинарная форма течения газа [3].

Благодаря малости радиального зазора Δ между жаровым поясом поршня и гильзой цилиндра ($\Delta/R \to 0$, где R — радиус цилиндра), данную задачу можно рассматривать не в цилиндрической, а в двумерной (плоской) постановке [2].

При двумерной (плоской) постановке аналитическое описание этой задачи сводится к системе уравнений движения и неразрывности для слоя газа вдоль плоскости 0-z с соответствующими граничными условиями. Тогда для описания движения несжимаемой жидкости с постоянной плотностью можно использовать систему уравнений:

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w\frac{\partial w}{\partial z} + v\frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \qquad (4а)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + w\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right); \qquad (4б)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \qquad (4в)$$

где z, y — продольная и поперечная координаты (ось z расположена вдоль канала, ось y — поперек, причем $z \gg y$); w, v — продольная и поперечная компоненты вектора скорости; p — давление; ρ — плотность жидкости.

Уравнения (4а) и (4б) являются уравнениями движения по координатам z и y, а уравнение (4в) — уравнением неразрывности.

Рассмотрим изотермическое неустановившееся движение несжимаемой жидкости в рассматриваемом канале, когда $\rho = \mathrm{const}$ и $w_{ср} = \mathrm{const}$. Даже в этом случае аналитическое решение системы (4) вызывает непреодолимые трудности, поэтому ее следует упростить. Используя масштабные множители [2, 4], величины, входящие в систему (4), делают безразмерными. При этом появляется возможность оценки их порядка, т. е. их удельной массы в каждом из уравнений. Из оценки порядка величин членов, входящих в уравнения (4а) и (4б) следует, что представляет интерес только уравнение (4а). Преобразуя систему безразмерных уравнений в размерные величины, в результате анализа получаем:

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w\frac{\partial w}{\partial z} + v\frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \qquad (5а)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \qquad (5б)$$

Если считать, что порядок градиента скорости не превосходит порядок поперечной компоненты вектора скорости, то уравнение движения упрощается и принимает вид

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \qquad (6)$$

Учитывая, что в уравнении (6) уже отсутствует, поперечная координата скорости, нет необходимости использовать уравнение неразрывности ($\partial w/\partial z = -\partial v/\partial y$) [2].

Рассмотрим возможность сведения задачи к квазистационарной. Для этого оценим порядок величин, входящих в отношение локального ускорения к конвективному, т. е. в число Струхаля Sh, характеризующее нестационарность движения

$$\mathrm{Sh} = 0\left[\frac{\dfrac{\partial w}{\partial \tau}}{w\dfrac{\partial w}{\partial z}}\right] = 0\left[\frac{\partial z}{w\partial \tau}\right]. \qquad (7)$$

За характерный размер принимаем длину канала l, т. е. расстояние от днища поршня до первой кольцевой канавки, которое для поршней большинства моделей дизельных двигателей ЯМЗ составляет 23,5 мм, а за характерную скорость, среднюю по сечению, — скорость потока газа в процессе выравнивания давления в надкольцевом зазоре w.

За характерное время $\tau_к$, примем время конвективного теплообмена между газовой средой и поверхностью жарового пояса. Интенсивное движение газовой среды в зазоре происходит при наличии перепада давления по длине канала, который поддерживается в период утечки газа из надкольцевого зазора в картер двигателя через кольцевое уплотнение. Из результатов индицирования дизелей ЯМЗ следует, что давление в цилиндре достигает максимальной величины p_z примерно за 10° ПКВ до ВМТ. По результатам исследований давления газов в межколечном пространстве 70 % расхода газа утечки $G_{ут}$ (см. рис.) приходится на процесс сгорание–расширение, а 30 % — на такт сжатия. При номинальной частоте вращения n = 2100 об/мин, при повороте коленчатого вала на угол 30–50° после ВМТ давление в камере сгорания превышает давление в первом межколечном объеме [7], что вызывает перетечку газа, имеющего высокую температуру, из камеры сгорания в надкольцевой зазор. Таким образом, время процесса интенсивного конвективного теплообмена будет соответствовать углу поворота коленчатого вала φ = 60°

$$\tau_{\hat{e}} = \frac{\varphi}{6n} = \frac{60}{6 \cdot 2100} = 4{,}76 \cdot 10^{-3}\text{с}.$$

Выразим число Струхаля (7) через характерную длину канала l, характерную скорость течения w и характерное время процесса $\tau_к$:

$$\mathrm{Sh} = \frac{l}{w\,\tau_{\mathrm{K}}}.$$

Полагая скорость течения газа в зазоре w = = 200 м/с [5, 6] и подставляя значения всех величин, отвечающих диапазону работы быстроходного дизеля, получим:

$$\mathrm{Sh} = \frac{l}{w\tau_{\mathrm{K}}} = \frac{23{,}5 \cdot 10^{\ 3}}{200 \cdot 4{,}7 \cdot 610^{\ 3}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{\ 2}.$$

Поскольку число Струхаля, определяющее меру нестационарности движения газа, — величина второго порядка малости, то нестационарность процесса не накладывает заметного отпечатка на течение, и его можно рассматривать как стационарное. О таких процессах говорят, что они квазистационарны, и задача с достаточной точностью может быть сведена к квазистационарной; локальная производная скорости вследствие ее малости может не учитываться.

Предыдущая система равенств (4) сводится к одному:

$$\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial p}{\partial z}. \qquad (8)$$

Использование оценки порядка величин исходных зависимостей позволило существенно упростить уравнения Навье–Стокса в их общем виде, сведя задачу к линейной модели установившегося ламинарного (слоистого) движения вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе, что должно облегчить построение расчетных алгоритмов.

Литература

1. *Чайнов Н.Д., Краснокутский А.Н., Руссинковский С.Ю. и др.* Разработка методики, алгоритма и программ для определения граничных условий и согласованных температурных полей деталей цилиндропоршневой группы ЯМЗ-650 // Отчет о научно-исследовательской работе. — М.: МГТУ, 2002.
2. *Петриченко Р.М., Батурин С.А., Исаков Ю.Н. и др.* Под общ. ред. Р.М. Петриченко. Элементы системы автоматизированного проектирования ДВС: Алгоритмы прикладных программ. — Л.: Машиностроение, 1990. — 328 с.
3. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.
4. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987. — 840 с.
5. *Гинцбург Б.Я.* О дросселировании газа верхним поясом поршня // Вестник машиностроения. — 1961. — №12. — С. 27–30.
6. *Устинов А.Н., Разуваев В.И., Сизов В.М.* Расчет теплообмена на боковой поверхности поршня // Энергомашиностроение. — 1976. — С. 16–18.
7. *Чернышев Г. Д., Хачиян А. С., Пикус В. И.* Рабочий процесс и теплонапряженность автомобильных дизелей. — М.: Машиностроение, 1986. — 216 с.