УДК 621.43

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ДВС СРЕДСТВАМИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В.К. Румб, к.т.н., проф.
СПбГМТУ

Рассмотрены методические основы прогнозирования усталостной долговечности деталей ДВС с привлечением имитационного моделирования, что позволяет с наибольшим приближением к действительности учитывать рассеяние характеристик прочности детали и действующих в ней напряжений, а также имитировать различные сценарии развития усталостных трещин. Предложенный метод способствует лучшему пониманию поведения материала при циклических нагружениях и позволяет точнее прогнозировать ресурс деталей.

В четвертом номере журнала «Двигателестроение» за 2014 г. опубликована статья, в которой приведены расчетные зависимости для оценки долговечности деталей ДВС по критерию усталости материала [4]. Напомним, основная идея той статьи сводилась к необходимости пересмотра сложившихся взглядов на расчеты прочности, которые должны дополняться, а в будущем и заменяться прогнозированием ресурса — продолжительности работы детали от начала эксплуатации до наступления предельного состояния.

Методические аспекты определения ресурса основываются на необратимом росте усталостной трещины в результате последовательного накопления повреждений. Когда полная накопленная поврежденность достигнет некоторой критической величины, происходит усталостное разрушение. Существуют как линейные, так и нелинейные гипотезы накопления повреждений. Например, хорошо известная гипотеза линейного накопления повреждений Пальмгрена—Майнера исходит из того, что за один цикл при напряжении σ_1 поврежденность составит $1/N_1$, где N_1 — число циклов, при котором произойдет разрушение при непрерывном действии напряжения σ_1. При числе циклов действия этих напряжений p_1, где $p_1<N_1$, материал получит частичное разрушение. При этом доля поврежденности составит

$$D_1 = \frac{p_1}{N_1}.$$

Воздействие переменных напряжений различного уровня дает соответствующие доли поврежденности. Полное разрушение будет, когда сумма этих долей станет равной a_p, т. е.

$$a_p = D_1 + D_2 + D_3 + \cdots = \frac{p_1}{N_1} + \frac{p_2}{N_2} + \frac{p_3}{N_3} + \cdots = \sum_{i=1}^{k} \frac{p_i}{N_i}, \quad (1)$$

где k — количество уровней напряжений, для которых выполняется условие $\sigma_{max}>0,5\sigma_{-1}$.

В упомянутой гипотезе Пальмгрена—Майнера принято $a_p = 1$. Между тем результаты многочисленных испытаний образцов на усталость показали, что значение a_p к моменту поломки имеет большие отклонения от единицы. По опубликованным данным a_p может находиться в пределах от 0,05 до 4. Столь большой разброс естественно отражается на точности: двух- или даже трехкратная ошибка в оценке долговечности по линейной гипотезе суммирования повреждений считается нормой. На этом основании более оправданно пользоваться корректированной линейной гипотезой суммирования повреждений. Она предложена В.П. Когаевым на основе обобщения соответствующих экспериментальных данных [2]. Строго говоря, корректировка известной гипотезы Пальмгрена—Майнера касалась не принципа суммирования повреждений, а величины a_p, т. е. суммарной поврежденности, после которой следует разрушение. В предлагаемом варианте гипотезы a_p подсчитывается по формуле

$$a_p = \frac{\sigma_{a\,\max}\xi - 0,5\sigma_{-1}}{\sigma_{a\,\max} - 0,5\sigma_{-1}},$$

где ξ — коэффициент коррекции, отражает общий уровень напряженного состояния

$$\xi = \sum_{i=1}^{p} \frac{\sigma_{a\,i}}{\sigma_{a\,\max}} \frac{\nu_i}{\nu_\Sigma},$$

где ν_i — число циклов нагружения с амплитудой σ_{ai}; ν_Σ — суммарное число циклов нагружения, удовлетворяющее условию $\sigma_{ai}>0{,}5\sigma_{-1}$.

Понятно, что в реальных условиях эксплуатации ДВС напряжения, входящие в приведенные формулы, представляют собой случайную функцию времени, т. е. $\sigma = f(t)$. Даже на установившихся режимах наблюдаются случайные отклонения напряжений от их среднего значения. Такие отклонения могут вызываться как внешними неконтролируемыми возмущениями, так и динамическими явлениями, происходящими внутри самого двигателя. По этой причине усталостная долговечность не может быть детерминированной величиной. Ее случайность обусловлена влиянием большого количества факторов на процессы зарождения и развития усталостных трещин. Из-за неодинакового влияния этих факторов сценарии накопления повреждений могут существенно отличаться друг от друга, что в конечном итоге приводит к разбросу ресурса даже однотипных деталей.

Достаточно точно определить усталостную долговечность деталей удается только в результате экспериментальной проверки. Однако проведение подобной проверки в полном объеме сопряжено с большими затратами времени и средств. К тому же она возможна лишь в условиях крупносерийного производства, когда нет особых препятствий для усталостной поломки нескольких деталей. В случае отсутствия таких условий и особенно на этапе проектирования новых конструкций приходится ограничиваться имитационным моделированием. По своим возможностям оно напоминает статистический натурный эксперимент, но, в отличие от него, имеет более широкие возможности и менее трудоемкое, так как выполняется на ЭВМ (рис. 1).

Основные положения имитационного моделирования и практические аспекты его применения подробно рассмотрены в [7]. Не пытаясь повторить их полностью, отметим лишь то, что имитационное моделирование служит всего лишь средством, которое помогает решать задачи при неопределенных исходных данных. Они в имитационном моделировании не задаются, а разыгрываются с помощью специального генератора случайных чисел. Сначала генерируются случайные числа ξ, равномерно распределенные в диапазоне от 0 до 1, а затем эти псевдослучайные числа преобразуются в случайные числа с требуемыми вероятностными характеристиками

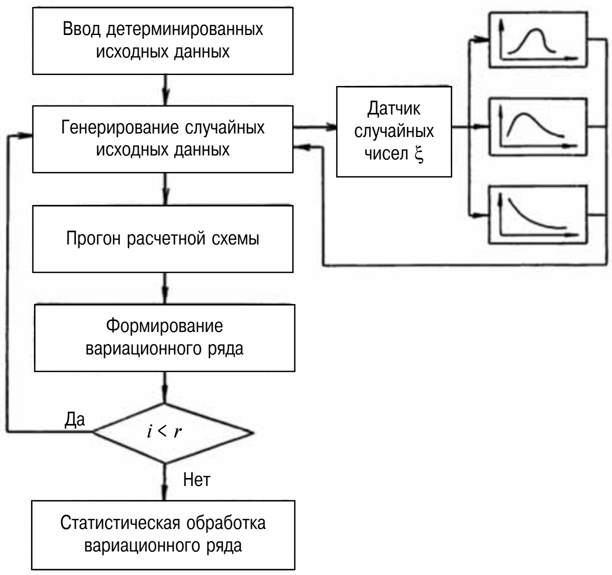

Рис. 1. Блок-схема имитационного моделирования

Генераторы случайных чисел

Вид распределения	Расчетная формула	Математическое ожидание	Дисперсия
Равномерное	$x = a + (b - a)\xi$	$\mu = \frac{b+a}{2}$	$S^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$
Экспоненциальное	$x = -\frac{1}{a}\ln\xi$	$\mu = 1/a$	$S^2 = 1/a^2$
Нормальное	$x = a + (\sum_{1}^{12}\xi_i - 6)b$	$\mu = a$	$S^2 = b^2$
Вейбулла	$x = a[-\lg(1-\xi)]^{1/b}$		
Логарифмически нормальное	$x = \exp(b\xi + a)$		

по формулам, которые приведены в таблице. Получение случайных чисел по данному алгоритму принято называть процедурой или методом Монте-Карло. В настоящее время такие процедуры включены в виде встроенных функций в библиотеки практически всех языков программирования. В Турбо Паскале — это функция «Random».

Переходя от общих рассуждений к вероятностной оценке долговечности деталей, подвергающихся циклическому нагружению, сначала рассмотрим случай, когда расчетной схемой для имитационного моделирования служит формула [5]

$$T = t_б \frac{a_p\,(\sigma_{-1}^{n})^{m} N_б}{\sum_{i=1}^{r} (\nu_i\,\sigma_{a\,i}^{m})}.$$

По данной формуле подсчитывают усталостную долговечность, выраженную в часах работы детали, при блочном нагружении. Такое нагружение характерно для машин с циклически выполняемыми технологическими операциями. Входящие в нее аргументы $t_б$, σ^{n}_{-1}, $N_б$, ν_i, σ_{ai} и m являются случайными числами с присущими им законами распределений. Как функция случайных параметров величина T также будет случайной. Чтобы найти функцию распределения T надо многократно повторить расчет по этой формуле, задавая каждый раз значения указанных аргументов с помощью метода Монте-Карло. В результате получим вариационный ряд из значений T, статистическая обработка которого даст математическое ожидание μ_T, среднее квадратическое отклонение S_T и данные, необходимые для установления функции распределения $f(T)$. Для объективности статистического заключения число прогонов должно быть достаточно большим (обычно больше 1000).

Таким образом, в результате имитационного моделирования удается с высокой степенью достоверности выявить и математически описать функцию распределения усталостной долговечности. Знание этой функции позволяет достаточно легко определить вероятность усталостного разрушения детали за время μ_T. Однако в целях безопасной эксплуатации машин оправдано задавать долговечность деталей не по среднему, а по так называемому гамма-процентному ресурсу. В рассматриваемом случае гамма-процентный ресурс — это время эксплуатации детали, в течение которого усталостная трещина не достигнет критического размера с заданной вероятностью γ. Иначе говоря, величина γ характеризует вероятность отсутствия усталостного разрушения. Так, если функция $f(T)$ подчиняется нормальному распределению, то γ-процентный ресурс подсчитывается по формуле [1]

$$T_\gamma = \mu_T(1 - \vartheta_T U_\gamma),$$

где ϑ_T — коэффициент вариации; $\mu_T = S_T/\mu_T$; U_γ — квантиль нормированного нормального распределения, определяемый для заданного значения γ.

Например, при μ_T = 32 000 часов и $\vartheta_T = 0{,}25$ 85 % гамма-ресурс составит

$$T_{\gamma=0,85} = 32\,000(1 - 0{,}25\cdot 1{,}0364) = 23\,712 \text{ часов}.$$

Здесь $U_{\gamma=0,85} = 1{,}0364$ принято по таблицам нормированного нормального распределения.

Для других распределений функции $f(T)$ гамма-процентный ресурс вычисляют по формулам:

➢ при логарифмически нормальном распределении

$$T_\gamma = \mu_T \exp[-(U_\gamma b + 0{,}5b^2)],$$

где b — параметр, связан с коэффициентом вариации соотношением

$$b = \sqrt{\ln\left(1 + \vartheta_T^2\right)};$$

➢ при распределении Вейбулла

$$T_\gamma = a\left(\ln \frac{1}{\gamma}\right)^{1/b},$$

где a и b — параметры распределения [7];

➢ при экспоненциальном распределении

$$T_\gamma = \mu_T \ln\frac{1}{\gamma}.$$

Рассмотренный случай является простейшим, и, по сути, он служит демонстрацией практического решения прикладных задач с помощью имитационного моделирования. Более сложный случай — имитация функции $\sigma = f(t)$. Возникающие при этом трудности связаны с получением репрезентативной выборки случайных напряжений, позволяющей получать детерминированные показатели, характеризующие процесс в целом. К таким уже неслучайным показателям относят: математическое ожидание, дисперсию или среднее квадратическое отклонение и плотность распределения. Необходимая для их вычисления длительность выборки устанавливается в результате построения корреляционной функции. Эта функция характеризует степень связи ординат случайного процесса во времени и совместно с математическим ожиданием и дисперсией дает исчерпывающую информацию о случайном процессе. При дискретном представлении случайного процесса в виде чисел σ_i (i = = 1, 2, ..., $N_б$) ординаты корреляционной функции вычисляются по следующей формуле [4]:

$$R(t) = \frac{1}{N_б - m - 1}\sum_{i=1}^{N_б - m}\left[(\sigma_i - \mu_\sigma)(\sigma_{i+m} - \mu_\sigma)\right]$$

где m = 0, 1, 2, ..., (p − 1) — число, определяющее величину сдвига; p — число ординат корреляционной функции, обычно $p = 0{,}1N_б$; μ_σ — среднее арифметическое реализации случайного процесса.

Часто пользуются нормированной корреляционной функцией. Ее ординаты

$$\rho(t) = \frac{R(t)}{S_\sigma^2},$$

где S_σ^2 — дисперсия случайного процесса.

При построении графика корреляционной функции по оси абсцисс откладывают произведения $t = m\Delta t$ (Δt — шаг квантования), а по оси ординат значения $R(t)$ или $\rho(t)$. Корреляционная функция — всегда положительная и действительная функция, при $t = 0$ достигает максимума, с ростом t затухает (рис. 2). Иногда корреляционная функция с некоторого момента времени не затухает, что свидетельствует о наличии детерминированного процесса, который маскируется

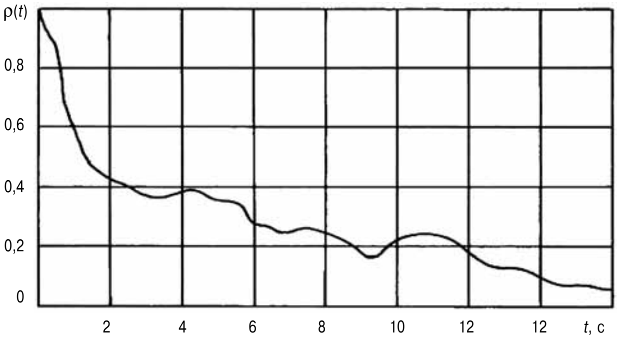

Рис. 2. График нормированной корреляционной функции

случайным фоном. Однако чаще всего график корреляционной функции представляет собой затухающие колебания. Это означает, что случайный процесс сопровождается периодическими колебаниями.

Мерой протяженности корреляционной связи ординат случайного процесса считается время корреляции τ_k. По существу, τ_k делит всю выборку на временные промежутки, между которыми можно пренебречь вероятностными связями. В практических расчетах время корреляции назначают из соотношения

$$\rho(t \geq \tau_k) < k,$$

где k — некоторое наперед заданное число, например, $k = 0{,}01$.

После того как определена необходимая длительность реализации, позволяющая получить исчерпывающую информацию о случайном процессе, переходят к следующему этапу — непосредственной схематизации функции $\sigma = f(t)$. Под схематизацией понимают правило подсчета амплитуд напряжений, которые вызывают усталостные повреждения. Известно довольно большое число методов схематизации. Наиболее широкое применение в инженерной практике получили методы максимумов и размахов. При первом методе за амплитуду напряжений принимают отклонение между максимальным значением и средним уровнем. При методе размахов амплитудами напряжений считают половину между двумя соседними экстремумами. В инженерных расчетах применяются и другие методы схематизации. Например, перспективным считается схематизация случайной функции $\sigma = f(t)$ методом «дождя» (стока). С алгоритмом метода можно познакомиться в [3]. Окончательное суждение о приемлемости того или иного метода схематизации можно получить только после сопоставления фактической долговечности с ее расчетной оценкой.

В результате схематизации получают дискретный ряд амплитуд напряжений σ_{ai}. Статистическая обработка этого ряда позволяет подсчитать искомые математическое ожидание и дисперсию или среднее квадратическое отклонение, а также принять решение о плотности распределения напряжений, т. е. по существу определить параметры, входящие в приведенную формулу для подсчета усталостной долговечности.

Еще более сложным случаем является имитация самого процесса накопления усталостных повреждений во времени. Стохастическая природа этого процесса связана с двумя основными причинами: рассеяние механических свойств конструкционных материалов и геометрических параметров детали, а также большие вариации режимов работы машины и условий ее эксплуатации. Сами по себе эти причины весьма сложны, а если учесть еще корреляционную связь между ними, то понятно, что воспроизвести процесс усталости материала и дать ему эволюционное описание удастся в полной мере только с использованием вероятностных моделей. Разработке таких моделей посвящено всего несколько работ. Одной из них является [6], в которой предлагается несколько моделей усталостного накопления повреждений. Между тем считать эту книгу исчерпывающей по данному вопросу пока рано. Необходимы дополнительные исследования, чтобы эти модели стали пригодными для инженерных расчетов.

Литература

1. *Ефремов Л.В.* Практика инженерного анализа надежности судовой техники. — Л. : Судостроение, 1980. — 176 с.

2. *Когаев В.П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. — М. : Машиностроение, 1977. — 232 с.

3. *Коллинз Дж.* Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение. — М. : Мир, 1978. — 624 с.

4. *Румб В.К.* Переход от расчетов прочности к расчету долговечности — задача современного проектирования деталей ДВС // Двигателестроение. — 2014. — № 4. — С. 3–9.

5. Р*умб В.К.* Прочность и долговечность судовых машин и механизмов: учебное пособие. — СПб. : Изд-во СПбГМТУ, 2014. — 237 с.

6. Сиратори М. Вычислительная механика разрушения / М. Сиратори, Т. Миеси, Х.Мацусита. — М. : Мир, 1986. — 334 с.

7. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем — искусство и наука. — М. : Мир, 1978. — 418 с.