

# КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМА ДВИГАТЕЛЯ СТИРЛИНГА ТИПА «АЛЬФА» СВОБОДНОЙ КОМПОНОВКИ

Е.А. Тихонов, к.т.н., доцент, доцент,  
Петрозаводский государственный университет

В.И. Базыкин, научный сотрудник,

Институт агрогинженерных и экологических проблем сельскохозяйственного производства  
(ИАЭП) – филиал ФГБНУ ФНАЦ ВИМ

Н.С. Муханов, к.т.н., доцент, доцент,

Ивановская государственная сельскохозяйственная академия имени Д.К. Беляева

Рассматривается кинематическая параметризация кривошипно-ползунной группы двигателя Стирлинга типа «Альфа» свободной компоновки при изменении длины шатунов поршня и вытеснителя угла между осями цилиндров, а также перекрещивании осей цилиндров и коленчатого вала. Получены зависимости для определения взаимного перемещения поршня и вытеснителя при свободной компоновке механизма двигателя Стирлинга типа «Альфа». Определены ограничения для соотношения длин шатунов поршня и вытеснителя с учетом смещения осей цилиндров в плоскости, перпендикулярной оси коленчатого вала. Полученная система уравнений для определения перемещения поршня в зависимости от перемещения вытеснителя позволяет значительно снизить ресурсоемкость численных расчетов. Результаты выполненного исследования позволяют определять оптимальные параметры проектируемого двигателя Стирлинга в зависимости от мощности и типа используемого топлива.

## 1. Введение

В последнее время интерес к двигателям с внешним подводом тепла вновь возрастает. Основная причина — качественное углеводородное топливо не является неистощимым ресурсом на планете. При этом, вне зависимости от цены на нефть, цена традиционных энергоносителей постоянно растет, а доступные запасы, обеспечивающие низкую себестоимость добычи, истощаются. При этом все с большей актуальностью встает вопрос автономной генерации электроэнергии. Значительное влияние на потребление электроэнергии оказывает глобальное потепление климата — расходы на кондиционирование жилых и офисных помещений растут год от года [1].

Вопрос автономного энергообеспечения особенно актуален для удаленных районов с мало-развитой инфраструктурой, различных экспедиций



и исследовательских станций. Традиционный путь решения вопроса — использование дизель-генераторов. Такая технология генерации электроэнергии имеет высокую стоимость (0,2 кВт·ч сжигается 0,2 кг дизельного топлива [2]). При этом возникает задача ресурсного обеспечения — доставка запасов топлива к месту использования обходится достаточно дорого.

Существуют разработки, цель которых снизить стоимость такой генерации электроэнергии за счет гибридизации энергетических систем. Например, совместное использование дизельной и фотоэлектрической генераций показывают возможности снизить себестоимость генерируемой электроэнергии [3]. Подобные технологии все равно будут требовать доставки и хранения запасов топлива.

С другой стороны, в отдаленных районах имеются другие виды топлив, как правило твердые. Это могут быть уголь, дрова, торф и т. д., которые можно использовать для генерации тепла. Наиболее простой способ обеспечить генерацию электроэнергии при наличии местных сортов топлив — использовать для привода генератора двигатель с внешним подводом тепла, например двигатель, работающий по циклу Стирлинга.

Хотя двигатели Стирлинга известны достаточно давно [4], теоретическая и технологическая базы для разработки и совершенствования развиты недостаточно.

Теоретическое описание процессов, протекающих в двигателях Стирлинга, основано на исследовании отдельных элементов и процессов, например таких, как шаттл-эффект в системе вытеснительный поршень–цилиндр [6], тепловые потоки системы рабочее тело–регенератор при изменении направления движения газа, влияние «мертвого объема» на КПД и удельную мощность [7] и т. д.

Комплексное описание рабочего процесса двигателя Стирлинга и разработка общей теории — остаются нерешенными задачами. Для их решения необходимо применять численные методы решения связанных задач. Под связанными задачами понимаются задачи гидрогазодинамики (в том числе с фазовыми переходами), теплопередачи, механики деформируемого тела в одной численной модели исследуемого механизма. Подобные разработки полных трехмерных моделей позволяют моделировать различные рабочие характеристики двигателя в зависимости от различных конструктивных параметров, например исследовать переходные и инерционные процессы перетекания рабочего тела в полостях поршня и вытеснителя в определенный момент рабочего цикла [8]. Возможность выполнять численные исследования в так называемой «явной постановке» быстро текущих процессов позволяет детально изучить процессы тепломассопереноса в двигателе Стирлинга и их динамику, в том числе триботехнические процессы в пристенных слоях потока рабочего тела и их влияние на термодинамику всей системы в целом [9].

К числу фундаментальных и крайне трудно решаемых задач относится герметизация рабочего тела. Методы решения подобных задач, как правило, только декларируются в виде патентов [10] и не реализуются на практике вследствие неоправданно сложной технологии и сомнительной практической достижимости заявленного технического результата.

Многими исследователями уже созданы теоретические модели, которые позволяют моделировать рабочий процесс целиком. В основном подобные исследования выполнены применительно к двигателю Стирлинга типа «Бета». Результаты исследований показывают значительное отличие термодинамического процесса осциллирующего потока от процессов, описываемых классическими термодинамическими моделями [11]. Это влечет за собой различие в результатах оценки работы, выполняемой рабочим телом.

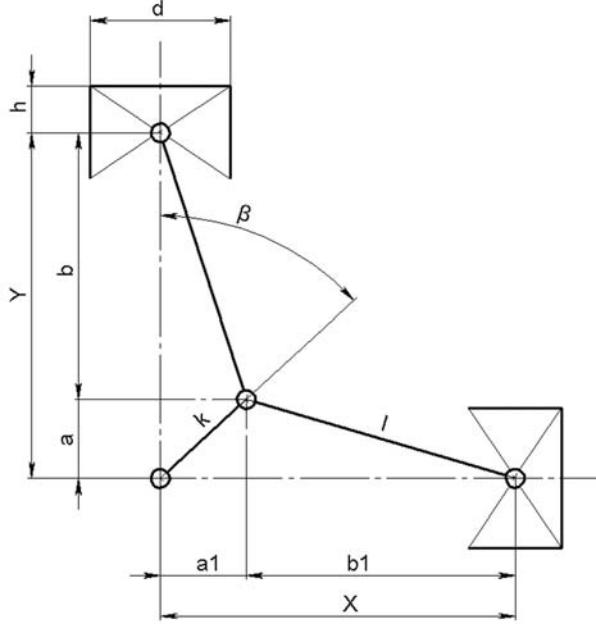
Полнофакторные экспериментальные исследования и теоретические влияния конструктивных параметров на эффективность работы двигателя Стирлинга [12, 13] демонстрируют необходимость разработки аналитической параметрической модели взаимовлияния динамических и инерционных параметров (например, момента инерции маховика на коленчатом валу двигателя) механической части на термодинамические процессы, происходящие в рабочем теле.

Таким образом, разработка двигателя Стирлинга наиболее рационально может быть осуществлена при максимальном применении численных методов моделирования с переходом на натурные исследования только на конечном этапе разработки.

## 2. Материалы и методы

К теоретической части настоящей статьи относится определение взаимного расположения поршня и вытеснителя двигателя Стирлинга типа «Альфа» при свободной компоновке. Под свободной компоновкой подразумевается параметрическая модель, которая позволяет менять все геометрические параметры кривошипно-ползунной группы. При этом разработка математической модели проводиться поэтапно, с постепенным снятием конструктивных ограничений. Полученные уравнения предназначены для включения в численную модель двигателя, что позволит выполнить первый этап построения полной численной модели двигателя Стирлинга типа «Альфа» с целью исследования динамики перетекания газов из горячей полости в холодную в режиме компрессора. Свободная компоновка позволяет изменять конструктивные параметры в процессе исследования и определять их влияние на термодинамические процессы. На первом этапе исследований принято допущение, что механическая часть двигателя недеформируемая, потеря тепла в окружающую среду нет. Кинематическая схема двигателя представлена на рис. 1.

Постановка задачи следующая: перемещение вертикального поршня ( $Y$ ) будет задано гармонической функцией. Так как на данном этапе исследования решается исключительно газодинамическая задача, то в моделировании механической части нет необходимости. Это позволит существенно сократить ресурсоемкость выполнения моделирования. В дальнейшем, при моделировании в режиме двигателя, будет необходимо определять крутящий момент на коленчатом валу двигателя в любой момент времени. Для этого с использованием численной термодинамической модели будут рассчитаны значения давления газов на поршень и вытеснитель (в том числе и вакуумметрическое давление). Инерционную составляющую кривошипно-ползунного механизма



**Рис. 1. Кинематическая схема двигателя Стирлинга типа «Альфа»:**

$X$  — координата горизонтального поршня;  $Y$  — координата вертикального поршня;  $k$  — вылет шатунной шейки коленчатого вала;  $l$  — длина шатуна;  $h$  — высота поршня;  $d$  — диаметр поршня;  $\beta$  — угол поворота коленчатого вала;  $a$ ,  $a_1$  — проекции коленчатого вала на горизонтальную и вертикальную ось соответственно;  $b$  — проекция шатуна на вертикальную ось;  $b_1$  — проекция шатуна на горизонтальную ось

ма, оказывающую влияние на динамические характеристики работы двигателя будем учитывать моментом инерции маховика. Далее, необходимо установить зависимость положения вытеснителя от положения поршня  $X(Y)$ , что позволит в дальнейшем исследовать взаимное изменение объемов горячей и холодной полостей и динамику перетекания газа. При этом необходимо учесть возможность изменения угла между осями цилиндров (см. рис. 1) при значениях как меньше, так и больше  $90^\circ$ , вплоть до  $180^\circ$ . Также необходимо предусмотреть смещение осей цилиндров и определить ограничения геометрических размеров кривошипно-ползунной группы при свободной компоновке.

### 3. Результаты

Зависимость положения вытеснителя ( $X$ ) от положения поршня ( $Y$ ) при одинаковых длинах шатунов и значении угла между осями цилиндров равном  $90^\circ$  определена [9]:

$$X(Y) = \sqrt{k^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{l^2 + k^2}{2Y}\right)^2} + \sqrt{l^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{l^2 + k^2}{2Y}\right)^2}, \quad (1)$$

где  $k$  — вылет шатунной шейки коленчатого вала;  $l$  — длина шатунов поршня и вытеснителя.

Это уравнение было получено на основе системы уравнений координат перемещений поршня

( $Y$ ) и вытеснителя ( $X$ ) в зависимости от угла поворота коленчатого вала, которая имеет вид:

$$\begin{cases} Y = k \cdot \cos \beta + \sqrt{l^2 - (k \cdot \sin \beta)^2} \\ X = k \cdot \sin \beta + \sqrt{l^2 - (k \cdot \cos \beta)^2} \end{cases}. \quad (2)$$

Из системы уравнений (2) следует, что достаточно просто учесть различные длины шатунов поршня и вытеснителя:

$$\begin{cases} Y = k \cdot \cos \beta + \sqrt{L_Y^2 - (k \cdot \sin \beta)^2} \\ X = k \cdot \sin \beta + \sqrt{L_X^2 - (k \cdot \cos \beta)^2} \end{cases}, \quad (3)$$

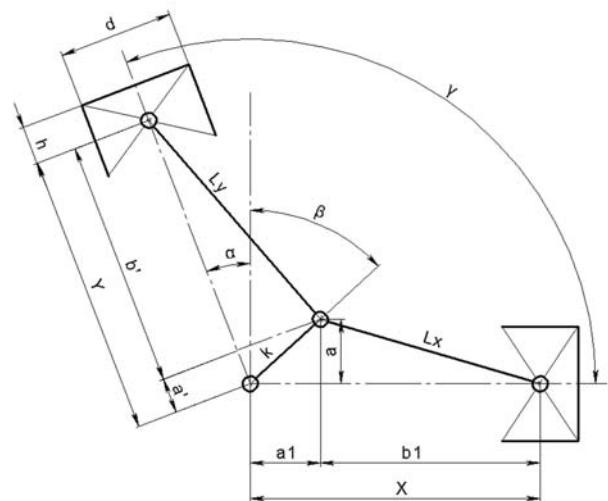
где  $L_Y$  и  $L_X$  — длины шатунов вытеснителя и поршня соответственно.

Выполнив преобразования, аналогичные [14], получим следующее уравнение положения вытеснителя ( $X$ ) от положения поршня ( $Y$ ), учитывающее отличающиеся длины шатунов:

$$X(Y) = \sqrt{k^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{L_Y^2 + k^2}{2Y}\right)^2} + \sqrt{L_X^2 - \left(\frac{Y}{2} - \frac{L_Y^2 + k^2}{2Y}\right)^2}. \quad (4)$$

Следующим условием, определяющим свободную компоновку кривошипно-ползунной группы двигателя Стирлинга, является возможность изменения угла между осями цилиндров (рис. 2).

Определим положение поршня ( $Y$ ) методом поворота осей координат. Тогда угол поворота коленчатого вала для расчета координаты положения поршня будет определяться суммой углов



**Рис. 2. Кинематическая схема двигателя Стирлинга типа «Альфа» со свободным углом между осями цилиндров и различными длинами шатунов:**

$L_x$  и  $L_y$  — длины шатунов горизонтального и вертикального поршней, соответственно;  $\gamma$  — угол между осями поршней;  $\alpha$  — угол поворота оси вертикального поршня;  $a'$  — проекция коленчатого вала на ось вертикального поршня;  $b'$  — проекция шатуна вертикального поршня на ось

положения кривошипа относительно вертикали и поворота оси цилиндра относительно вертикали:

$$\beta' = \beta + \alpha. \quad (5)$$

Тогда угол между осями цилиндров

$$\lambda = 90 + \alpha. \quad (6)$$

После преобразований системы уравнений (3) получим:

$$\begin{cases} Y = k \cdot \cos(\beta + \alpha) + \sqrt{L_y^2 - (k \cdot \sin(\beta + \alpha))^2} \\ X = k \cdot \sin \beta + \sqrt{L_x^2 - (k \cdot \cos \beta)^2} \end{cases}. \quad (7)$$

Далее необходимо определить вид уравнения  $X(Y)$ . Для этого определим координату горизонтального поршня  $X$ :

$$X = a_1 + b_1 \quad (8)$$

или (см. рис. 2):

$$X = \sqrt{k^2 + a^2} + \sqrt{L_x^2 - a^2}. \quad (9)$$

При этом учтем следующее:

$$\begin{aligned} a' &= k \cdot \cos(\alpha + \beta); \\ a &= k \cdot \cos(\beta); \\ k &= \frac{a'}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{a}{\cos(\beta)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда

$$a = \frac{a' \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)}. \quad (11)$$

При этом параметр  $a'$  будет равен:

$$a' = Y - b'. \quad (12)$$

Подставляя (11) и (12) в формулу (9), получим

$$X = \sqrt{k^2 - \left( \frac{(Y - b') \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2} + \sqrt{L_x^2 - \left( \frac{(Y - b') \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2}. \quad (13)$$

Рассмотрим параметр  $b'$ , который может быть определен через длину шатуна поршня  $L_y$  и угол наклона шатуна поршня к оси перемещения поршня  $\alpha_y$  (рис. 3):

$$b' = L_y \cdot \cos(\alpha_y). \quad (14)$$

При этом

$$\sin(\alpha_y) = \frac{k'}{L_y} = \frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}. \quad (15)$$

Отсюда

$$\alpha_y = \arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right). \quad (16)$$

Подставляя (16) в формулу (14) получим

$$b' = L_y \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right)\right). \quad (17)$$

Тогда уравнение для определения положения вытеснителя в зависимости от положения поршня получим подстановкой (17) в (13):

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{k^2 - \left( \frac{Y - L_y \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right)\right) \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2} + \\ &+ \sqrt{L_x^2 - \left( \frac{Y - L_y \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right)\right) \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив первое уравнение системы (7) в (18), окончательно имеем вид уравнения, описывающего взаимосвязь координат поршня и вытеснителя в зависимости от угла поворота коленчатого вала, длин шатунов и вылета шатунной шейки коленчатого вала:

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{k^2 - \left( \frac{(k \cdot \sin(\alpha + \beta) + \sqrt{L_y^2 - (k \cdot \sin(\alpha + \beta))^2} - L_y \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right)\right) \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2} + \\ &+ \sqrt{L_x^2 - \left( \frac{(k \cdot \sin(\alpha + \beta) + \sqrt{L_y^2 - (k \cdot \sin(\alpha + \beta))^2} - L_y \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{k \cdot \sin(\alpha + \beta)}{L_y}\right)\right) \cos(\beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \right)^2}. \end{aligned}$$

Полученные уравнения: первое уравнение системы (7) и итоговое уравнение позволяют определять положения поршня и вытеснителя при различной длине шатунов и различных углах между осями цилиндров поршня и шатуна, отличающихся от  $90^\circ$ . При этом подразумевается, что оси цилиндров пересекаются с осью коленчатого вала. Данное ограничение не позволяет говорить о свободной компоновке, поэтому для его снятия необходимо учесть возможность смещения осей цилиндров поршня и вытеснителя от первоначального положения в плоскости, перпендикулярной оси коленчатого вала. Схема для определения произвольного смещения осей цилиндров представлена на рис. 4.

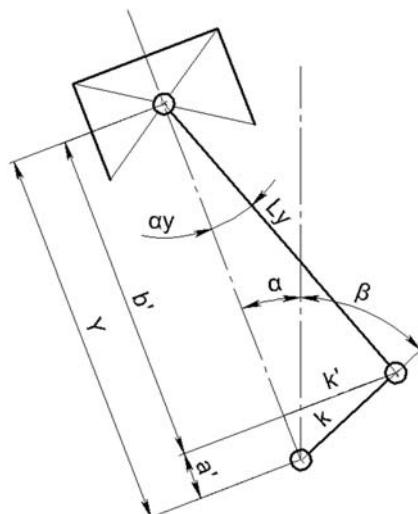
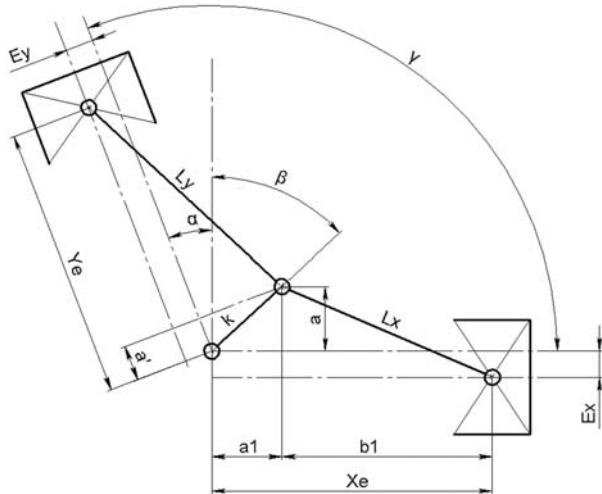


Рис. 3. Схема для определения параметра  $b'$ :  
 $\alpha_y$  — угол поворота шатуна относительно оси поршня



**Рис. 4. Кинематическая схема двигателя Стирлинга типа «Альфа» свободной компоновки:**

$X_e$ ,  $Y_e$  — координаты горизонтального и вертикального поршней с учетом смещения осей соответственно;  $E_x$ ,  $E_y$  — смещения осей горизонтального и вертикального поршней соответственно

С учетом  $E_y$  и  $E_x$  преобразуем систему уравнений (7):

$$\begin{cases} Y_e = k \cdot \cos(\beta + \alpha) + \sqrt{L_y^2 - (k \cdot \sin(\beta + \alpha) + E_y)^2} \\ X_e = k \cdot \sin \beta + \sqrt{L_x^2 - (k \cdot \cos \beta + E_x)^2} \end{cases}. \quad (19)$$

Таким образом, свободная компоновка двигателя Стирлинга типа «Альфа» подразумевает возможность изменения следующих параметров (см. рис. 3):

- $k$  — вылет шатунной шейки коленчатого вала;
- $L_x$  — длина шатуна вытеснителя;
- $L_y$  — длина шатуна поршня;
- $\lambda$  — угол между осями цилиндров;
- $E_x$  — смещение оси вытеснителя;
- $E_y$  — смещение оси поршня.

Во избежание взаимоисключающих комбинаций приведенных выше параметров необходимо определить допустимые диапазоны их изменения. Исходя из опыта проектирования двигателей Стирлинга типа «Альфа» соотношение длин шатунов должно удовлетворять условию

$$\frac{L_x}{L_y} < 1.$$

Шатун вытеснителя должен быть длиннее вылета шатунной шейки коленчатого вала:

$$\frac{k}{L_x} < 1.$$

Угол между осями цилиндров не оказывает влияния на геометрические ограничения кривошипно-ползунной группы. Однако смещение

осей вытеснителя и поршня будут иметь следующие ограничения:

$$|E_y| < L_y - k;$$

$$|E_x| < L_x - k.$$

#### 4. Обсуждение и заключение

Полученные уравнения: первое уравнение системы (7) и итоговое уравнение позволяют определять положения поршня и вытеснителя при различной длине шатунов и различных углах между осями цилиндров поршня и шатуна, отличающихся от  $90^\circ$ . Это задача первого этапа исследования: создать численную модель рабочего процесса двигателя Стирлинга, работающего в режиме компрессора. При этом моделирование кривошипно-ползунной группы и ее динамических характеристик на данном этапе не потребуется. Моделируются только изменения рабочих объемов камер поршня, вытеснителя и перепускного канала. Это позволит всесторонне исследовать влияние конструктивных параметров кривошипно-шатунной группы на газодинамику и термодинамику рабочего тела. В результате моделирования получим величину нагрева камеры поршня и глубину охлаждения камеры вытеснителя, так как в таком режиме работы двигатель Стирлинга работает как холодильная машина. На данном этапе исследований эффективность будет оцениваться как величина разности температур между горячей и холодной частями.

При последующем полнофакторном численном исследовании дается обоснование близких к оптимальным конструктивных параметров двигателя в целях изготовления опытного образца и проведения цикла натурных испытаний в режиме компрессора.

С учетом известных инерционных характеристик механизма можно будет разработать численную модель двигателя Стирлинга для исследования полного спектра протекающих в нем процессов.

Геометрические ограничения, установленные в модели, позволяют определить приемлемые диапазоны изменения параметров для полнофакторного численного исследования рабочего процесса двигателя Стирлинга.

Проведенное исследование позволит определять оптимальные параметры проектируемого двигателя Стирлинга в зависимости от мощности и типа используемого топлива.

#### Литература

1. Jianglong Li, Lisha Yang, Houyin Long. Climatic impacts on energy consumption: Intensive and extensive margins, Energy Economics, 2018, Vol. 71, Pp. 332–343, ISSN 0140-9883, <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.03.010>.

2. Расход дизельного генератора // <http://machineries.ru/> URL: [http://machineries.ru/a\\_19.html](http://machineries.ru/a_19.html) (дата обращения: 06.12.2018).
3. Alireza Askarzadeh Distribution generation by photovoltaic and diesel generator systems: Energy management and size optimization by a new approach for a stand-alone application, Energy, 2017, Vol. 122, Pp. 542–551, ISSN 0360-5442, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.01.105>.
4. Шалай В.В., Макушев Ю.П. Двигатель внешнего сгорания // Омский научный вестник. 2008. № 3. С. 65–71.
5. Корнеев С.А. Двигатель Стирлинга (история, настоящее и перспектива) // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 2. С. 132–135.
6. Савченко В.А., Столяров С.П. Об интенсификации теплого потока в систему охлаждения от деталей цилиндро-поршневой группы двигателя Стирлинга вследствие шатл-эффекта // Труды Санкт-Петербургского государственного морского университета. 2014. № 1. С. 31–37.
7. S. Alfarawi R. AL-Dadah, S. Mahmoud. Influence of phase angle and dead volume on gamma-type Stirling engine power using CFD simulation, Energy Conversion and Management, 2016, Vol. 124, Pp. 130–140, ISSN 0196-8904, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.07.016>.
8. E. Rogdakis, P. Bitsikas, G. Dogkas, G. Antonakos, Three-dimensional CFD study of a  $\beta$ -type Stirling Engine, Thermal Science and Engineering Progress, 2019, Vol. 11, Pp. 302–316, ISSN 2451-9049, <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2019.04.012>.
9. Halit Karabulut, Melih Okur, Serdar Halis, Murat Altin, Thermodynamic, dynamic and flow friction analysis of a Stirling engine with Scotch yoke piston driving mechanism, Energy, 2019, Vol. 168, Pp. 169–181, ISSN 0360-5442, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.11.078>.
10. Пат. 2372258 Российская Федерация, В 64 Г 1 50, F 25 B 45 00. Устройство герметизации емкости с рабочим телом и способ его изготовления / Тестоедов Н.А., Косенко В.Е., Бартенев В.А.; заявитель и патентообладатель ООО «Информационные спутниковые системы». № 2008125364/11; заявл. 23.06.08; опубл. 20.08.09, Бюл. № 23 (II ч.). 3 с.
11. Chunyun Chi, Jian Mou, Mingqiang Lin, Guotong Hong, CFD simulation and investigation on the operating mechanism of a beta-type free piston Stirling engine, Applied Thermal Engineering, 2020, Vol. 166, 114751, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.114751>.
12. Saul Islas, Ricardo Beltran-Chacon, Nicolas Velazquez, Daniel Leal-Chavez, R. Lopez-Zavala, J.A. Aguilar-Jimenez, A numerical study of the influence of design variable interactions on the performance of a Stirling engine System, Applied Thermal Engineering, 2020, Vol. 170, 115039, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115039>.
13. H. Karabulut, C. Cinar, E. Ozturk, H.S. Yucesu, Torque and power characteristics of a helium charged Stirling engine with a lever controlled displacer driving mechanism, Renewable Energy, 2010, Vol. 35, Issue 1, Pp. 138–143, ISSN 0960-1481, <https://doi.org/10.1016/j.renene.2009.04.023>.
14. Тихонов Е.А. Кинематическая параметризация кривошипно-ползунной группы Альфа-Стирлинга // Resources and Technology. 2019. № 1. С. 1–9.1.